DEVOIR SURVEILLÉ N° VII : Bac Blanc n°1

TSTI2D jeudi 20 décembre de 9 heures à 12 heures

Aucune sortie tolérée avant la fin de l'épreuve

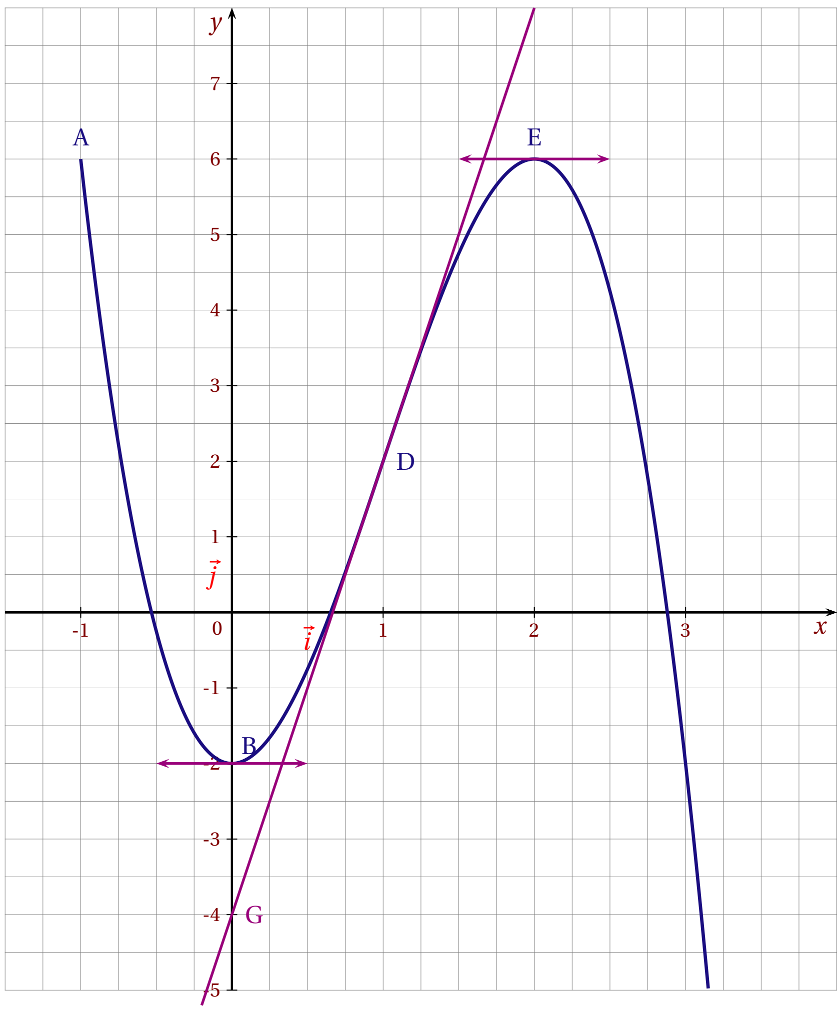
Calculatrice autorisée, le QCM sera ramassé à 9h 50. Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié.

Exercice VII 1 Un QCM noté à part

Exercice VII 2 (5 *points*)

On considère une fonction f :
- définie, continue et dérivable sur l'intervalle $[-1\,;\,+\infty[$;
- strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,2]$;
- strictement décroissante sur les intervalles $[-1\,;\,0]$ et $[2\,;\,+\infty[$.

On note f' la fonction dérivée de f et F la primitive de f sur l'intervalle $[-1\,;\,+\infty[$ qui s'annule en 0.
La courbe $\mathscr{C}$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Elle passe par les points A$(-1\,;\,6)$, B$(0\,;\,-2)$, D$(1\,;\,2)$ et E$(2\,;\,6)$.
Elle admet au point D une tangente passant par le point G$(0\,;\,-4)$.
Elle admet au point B et au point E une tangente horizontale.



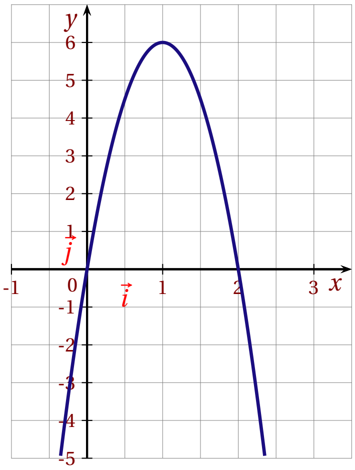
1. Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$. Justifier les réponses.

2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point D. On justifiera la réponse.

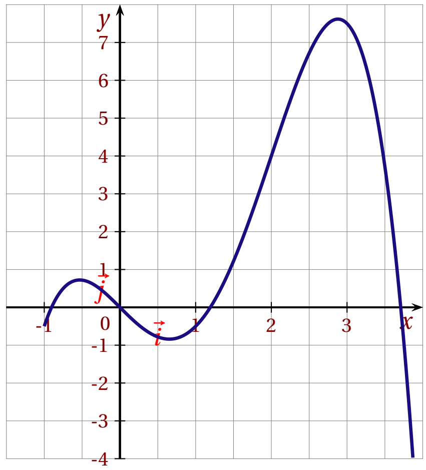
3. Montrer que sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution que l'on notera x_1.

4. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet, sur l'intervalle $[-1\ ;\ +\infty[$, deux autres solutions que l'on notera x_2 et x_3, avec $x_2 < x_3$. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

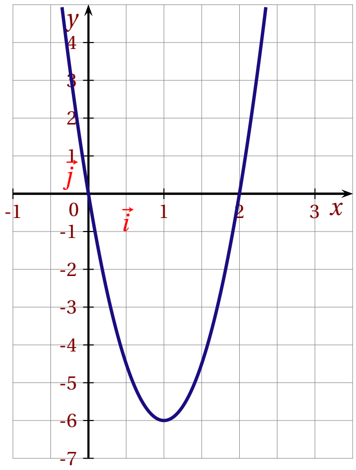
5. Parmi les trois courbes suivantes, $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$, préciser, en justifiant la réponse, celle qui représente F, et celle qui représente f'.



Courbe $\mathscr{C}_1$



Courbe $\mathscr{C}_2$



Courbe $\mathscr{C}_3$

Exercice VII 3 3 points

Soit f la fonction définie sur $[-6;5]$ par $f(x) = \dfrac{15x+60}{x^2+9}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
Sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan, notée C_f, est donnée en annexe ci-dessous à titre indicatif.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$.

3. Donner le tableau des variations de f.

Exercice VII 4 6 points

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x^2+3x+6}{x+2}$.
On appelle C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 1 cm.

1. Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+2}$.

2. Déterminer $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$, qu'en déduit-on pour la courbe C_f ?

3. a) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Montrer que la courbe C_f admet pour asymptote la droite d'équation $y = x+1$.

4. Calculer la dérivée de la fonction f.

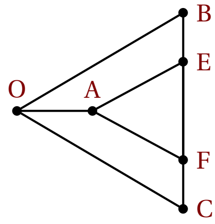
5. Étudier les variations de f.

6. Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.

7. Représenter la courbe C_f, ses asymptotes et T.

Exercice VII 5 — 6 points

On considère le puzzle représenté ci-contre. Il est constitué de 3 pièces : le triangle AEF et les quadrilatères AEBO et AFCO, découpés dans le triangle OBC.
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm, fourni en annexe 1. On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.



1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation d'inconnue complexe z :

$$z^2-8\sqrt{3}z+64=0.$$

2. On considère les points B et C d'affixes respectives $z_B=4\sqrt{3}+4i$ et $z_C=4\sqrt{3}-4i$.

a) Vérifier que $z_B=8e^{i\frac{\pi}{6}}$.

b) En déduire une écriture exponentielle du nombre complexe z_C.

c) Placer précisément les points B et C dans le repère défini précédemment.

d) Démontrer que le triangle OBC est équilatéral.

3. Le point A a pour coordonnées $(3;0)$. Le point D a pour coordonnées $(4\sqrt{3};0)$.

a) Écrire les affixes des points z_A et z_D des points A et D.

b) Calculer les affixes du point E milieu du segment [BD] et du point F milieu du segment [CD],

c) Placer les points A, D, E et F dans le repère figurant en annexe 1.