DEVOIR SURVEILLÉ N° II : Dérivées, fonctions

TSTI2D lundi 1er octobre (14h)

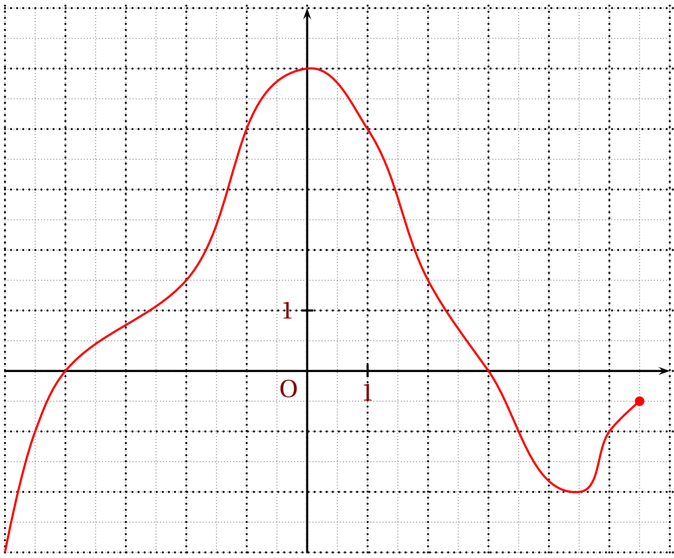
Exercice II 1

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. Calculer la dérivée $f'(x)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + x - 5$
2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 3x^2 - \dfrac{3}{x} + 1$
3. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} - x$

Exercice II 2

Le graphique ci-contre représente une fonction f.



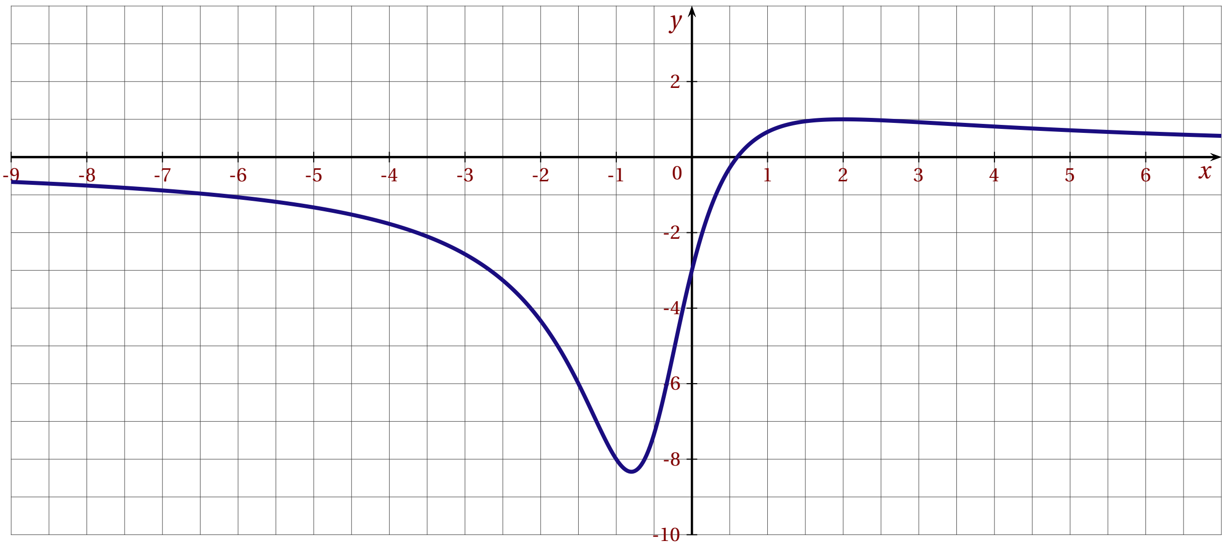
1. Sur quel intervalle f est-elle définie ?
2. Quelles sont les images de -2 et de 0 par f ?
3. Lire $f(3)$.
4. Résoudre graphiquement $f(x) = 4$.
5. Quels sont les antécédents de $\frac{3}{2}$ par f ?
6. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.
7. Résoudre l'équation : $f(x) \leqslant -1$.
8. Résoudre l'inéquation : $f(x) > 0$.

Exercice II 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{5x-3}{x^2+x+1}$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1. On note f' la dérivée de la fonction f, calculer $f'(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction f.
3. Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse 1.

   Représenter la tangente T sur le graphique ci-dessous.



Exercice II 4

On veut résoudre l'équation $x^3 + 4x - 6$ sur $\mathbb{R}$.

1. Etudier les variations de la fonction $g : x \mapsto x^3 + 4x - 6$

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique α dans $[1;2]$. On utilisera ici un **théorème précis du cours**.

3. Encadrer α à 10^{-2} près.

Exercice II 5

Soit $\mathrm{P}(x)$ le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $\mathrm{P}(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$.

1. a) Vérifier que 1 est une racine du polynôme $\mathrm{P}(x)$.

b) Pourquoi peut-on en déduire que $\mathrm{P}(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$?

c) Déterminer les réels a, b et c

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\mathrm{P}(x) = 0$.

2. En utilisant les résultats de la question 1.(d) :

a) Résoudre dans $[\,0\,;\,2\pi\,]$ l'équation $2(\sin x)^3 + 3(\sin x)^2 - 8\sin x + 3 = 0$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^6 + 3x^4 - 8x^2 + 3 = 0$.