Exercice I 1

1. Le plan est muni du repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité de longueur 2 cm). On considère C_f, la représentation graphique de la fonction numérique f définie définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

où a, b, c et d sont des constantes réelles. La représentation graphique de la courbe C_f est donnée ci-dessus :

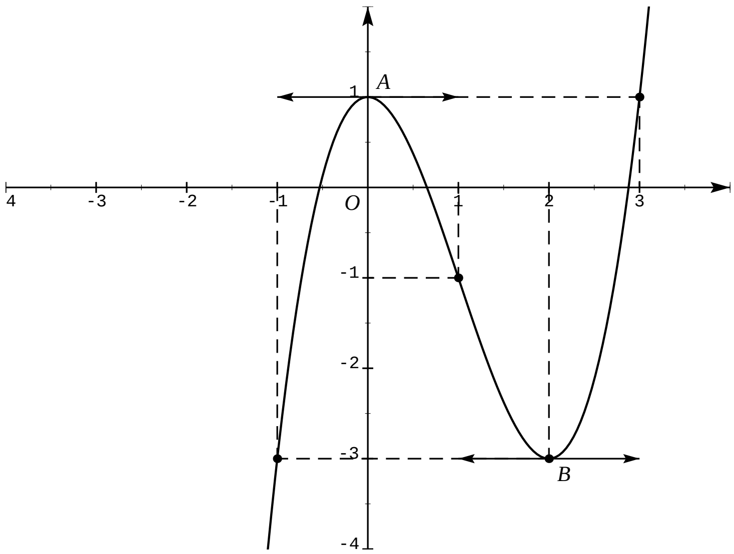

FIGURE 1 – 1

On précise qu'aux points A et B, la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

2. A l'aide du graphique, déterminer les valeurs de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(2)$.

3. Déterminer les valeurs des constantes a, b, c et d.

4. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 1.$$

5. Étudier les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$. (Autrement dit calculer la dérivée $g'(x)$, étudier le signe de cette dérivée, puis établir le tableau de variations de $g(x)$.)

6. On admet que la représentation graphique donnée ci-avant est celle de C_g, la courbe représentative de la fonction g.

7. Calculer $g(1)$. En déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $[1, 2]$.

8. Déterminer une équation de la tangente T à C_g au point d'abscisse 1.

9. Etudier la position relative de la tangente T par rapport à C_g .

Exercice I 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 13x - 7}{x+1}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1cm en abscisses et 0,5cm en ordonnées. Partie A : Etude des variations sur l'intervalle [-5 ; 9].

1. a) La fonction f est-elle définie sur tout l'intervalle [-5 ; 9] ?

b) Calculer $f(-5)$ et $f(9)$.

2. a) Démontrer que $f'(x) = \dfrac{2(x^2 + 2x - 3)}{(x+1)^2}$.

b) Déterminer les coordonnées des points en lesquels admet une tangente horizontale.

c) Dresser sur [-5 ; 9] le tableau de variations de f.

Partie B : Etude graphiques sur l'intervalle]-1 ; 9] uniquement.

1. a) Etablir le tableau de signes de $f(x)$ sur]-1 ; 9].

b) Interpréter graphiquement ce tableau.

2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de avec l'axe des ordonnées et l'équation de la tangente à en ce point.

3. Démontrer que la courbe C_f reste strictement au-dessus de la droite D d'équation $y = 2x - 15$ sur l'intervalle]-1 ; 9].

4. a) Donner une table de valeurs de $f(x)$ sur]-1 ; 0] avec un pas de 0,1 et sur [0 ; 9] avec un pas de 1 en arrondissant toutes les images au dixième près.

b) Dans le repère $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, construire D, les tangentes puis C_f sur l'intervalle.