TEE A rendre le mercredi 13 novembre 2013

Un petit DM pour apprendre à rédiger ...

Suite et algorithmique

Exercice 1 (*D'après sujet bac*)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 8 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0{,}4u_n + 3.$$

1. Calculer u_1 et u_2.
   On utilise un tableur pour calculer les premiers termes de cette suite.
   Une copie d'écran sur laquelle les termes u_1 et u_2 ont été effacés est donnée ci-dessous.

	A	B
1	n	$u(n)$
2	0	8
3	1	
4	2	
5	3	5,192
6	4	5,07681
7	5	5,03072
8	6	5,012288
9	7	5,0049152
10	8	5,00196608
11	9	5,00078643
12	10	5,00031457

2. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 de la feuille de calcul afin d'obtenir les premiers termes de cette suite par recopie vers le bas ?
3. En utilisant cette copie d'écran, que peut-on conjecturer sur la limite de la suite (u_n) ?
4. On considère l'algorithme suivant :

Les variables sont l'entier naturel N et le réel U.	
Initialisation :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à U la valeur 8
Traitement :	TANT QUE $U - 5 > 0{,}01$
	Affecter à N la valeur $N + 1$
	Affecter à U la valeur $0{,}4U + 3$
	Fin TANT QUE
Sortie :	Afficher N

   Par rapport à la suite (u_n), quelle est la signification de l'entier N affiché ?
5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 5$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer v_n en fonction de n.
   c) Déterminer la limite de la suite (v_n).
   d) Le résultat précédent permet-il de valider la conjecture faite à la question 3 ? Pourquoi ?

Une fonction

Exercice 2

Étude d'une courbe $\mathcal{C}_1$

$\mathcal{C}_1$ est la représentation graphique d'une fonction g, définie sur l'intervalle $[5 ; 9]$, par

$$g(x) = -x^2 + bx + c$$

où b et c sont des réels à déterminer.

1. Écrire les conditions que doivent vérifier les réels b et c pour que la courbe $\mathcal{C}_1$ passe par les points A(5 ; 1) et B(9 ; 5).
2. Résoudre le système ainsi obtenu.
3. On admet que $g(x) = -x^2 + 15x - 49$.

   a) On désigne par g' la dérivée de la fonction g. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe. En déduire les variations de la fonction g sur l'intervalle [5 ; 9].

   b) Déterminer pour quelle valeur de x la fonction g admet un maximum. En déduire les coordonnées du sommet C de la courbe $\mathcal{C}_1$.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}_1$ au point d'abscisse 6.
5. Tracer $\mathcal{C}_1$, (T) dans un repère avec des unités bien choisies.