DEVOIR SURVEILLÉ N° X : Bac Blanc n° 1

TSTI2D Le vendredi 20 décembre 2013

Les fonctions pour commencer ...

Exercice 1

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0;12]$, satisfaisant les conditions suivantes :

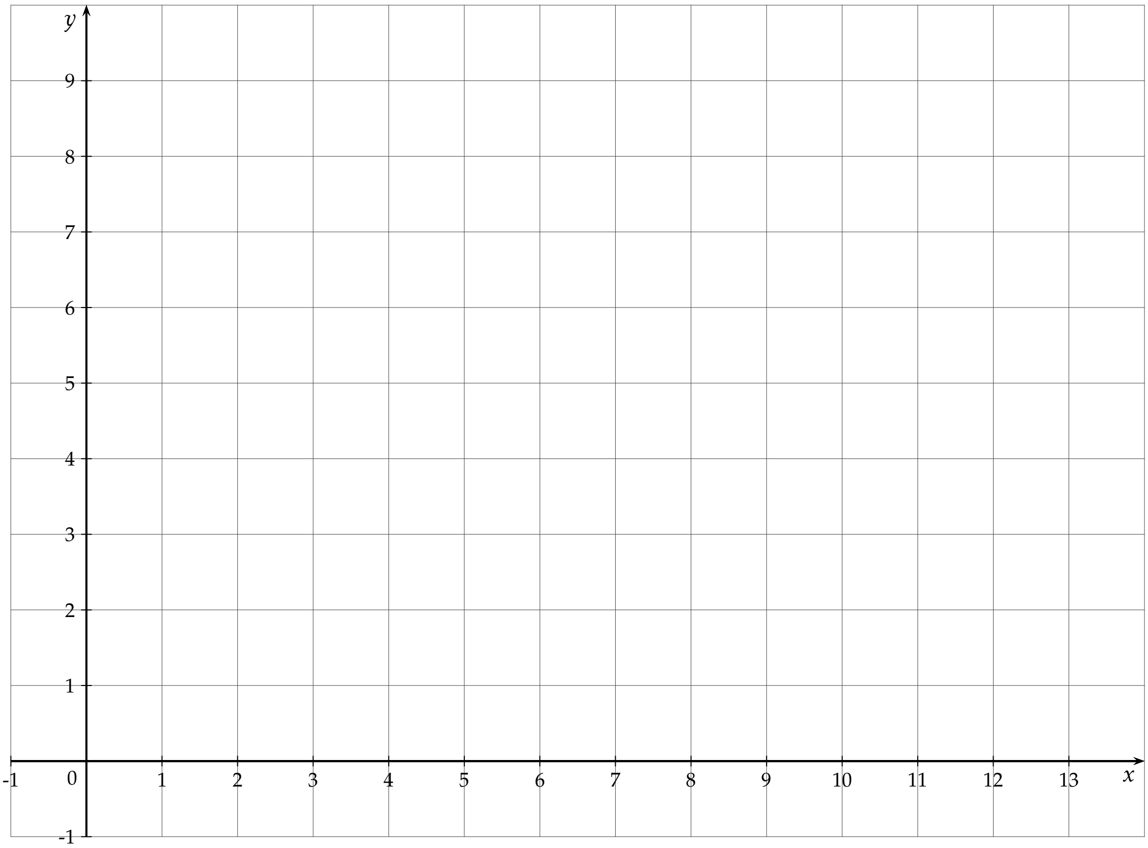
– $f(0) = 3$, $f(12) = 9$ $f'(0) = -1$ et $f'(12) = 2$.
– Le minimum de la fonction f est 1.
– Le signe de la fonction dérivée f' de f est donné par le tableau suivant :

x	0		4		12
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

1. *a*) Donner le tableau de variation de la fonction f. On fera figurer les images par f de 0, de 4 et de 12.

   b) Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 12.

2. Dans le repère ci-dessous, tracer la courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions ci-dessus. On placera les points d'abscisses 0, 4, 12 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.



Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]2;+\infty[$ par $f(x) = x + 2 + \dfrac{4}{x-2}$

et $\mathcal{C}$ sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité 1 cm.

1. Étudier la limite de f en $+\infty$
2. Étudier la limite de f en 2.Interpréter le résultat.
3. On note Δ, la droite d'équation $y = x + 2$. Prouver que la droite Δ est asymptote oblique à $\mathcal{C}$.

4. Calculer la dérivée de$f$; on montrera que $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$.
5. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
6. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 3.
7. Représenter $\mathcal{C}$, Δ et T.

Les suites ...

Exercice 3

Depuis 2000, l'Union Européenne cherche à diminuer les émissions de polluants (hydrocarbures et oxydes d'azote) sur les moteurs diesel des véhicules roulants. En 2000, la norme tolérée était fixée à 635 milligrammes par kilomètre en conduite normalisée. L'objectif de l'Union Européenne est d'atteindre une émission de polluants inférieure à 100 milligrammes par kilomètre.
La norme est réactualisée chaque année à la baisse et depuis 2000, sa baisse est de 11,7 % par an.

1. *a*) Justifier que la norme tolérée était d'environ 561 milligrammes par kilomètre en 2001.
   b) Un véhicule émettait 500 milligrammes par kilomètre en 2002.
   Indiquer, en justifiant, s'il respectait ou non la norme tolérée cette année-là .
2. Dans le cadre d'une recherche, Louise veut déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.
   Louise a amorcé l'algorithme suivant :

```
Variables
    n : un nombre entier naturel
    p : un nombre réel
Initialisation
    Affecter à n la valeur 0
    Affecter à p la valeur 635
Traitement
    Tant que ......
        Affecter à n la valeur n + 1
        Affecter à p la valeur 0,883 × p
    Fin Tant que
Sortie
    Afficher ......
```

   a) Expliquer l'instruction « Affecter à p la valeur $0{,}883 \times p$ ».
   b) Deux lignes de l'algorithme comportent des pointillés. Recopier ces lignes et les compléter afin de permettre à Louise de déterminer l'année recherchée.
3. Pour tout entier naturel n, on note u_n la norme tolérée, exprimée en milligrammes l'année $(2000+n)$. On a ainsi $u_0 = 635$.
   a) Établir que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
4. Déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.
5. Quelle est la limite de la suite (u_n) ? Justifier la réponse.

Les nombres complexes

Exercice 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 0,75 point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -5 + 5\mathrm{i}$ est :
   a) $z = 5\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$

b) $z = 5\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

c) $z = 5e^{-i\frac{\pi}{4}}$

d) $z = 5\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$

2. Si $z_1 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$, alors le produit $z_1 \times z_2$ est un nombre complexe :

   a) de module 4 et dont un argument est $\frac{2\pi}{7}$

   b) de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\frac{5\pi}{12}$

   c) de module 4 et dont un argument est $\frac{5\pi}{12}$

   d) de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\frac{13\pi}{12}$

3. Le nombre complexe $\frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}$ est égal à :

   a) 1

   b) i

   c) -1

   d) $-i$

4. Le nombre complexe z de module $2\sqrt{3}$ et dont un argument est $\frac{2\pi}{3}$ a pour forme algébrique :

   a) $\sqrt{3}-3i$

   b) $3-i\sqrt{3}$

   c) $-\sqrt{3}+3i$

   d) $-3+i\sqrt{3}$

Exercice 5

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes, et i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. On considère l'équation (E) d'inconnue z :

$$z + iz\sqrt{3} = 8.$$

   Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). On notera z_1 la solution de (E) que l'on écrira sous forme algébrique.

2. On considère les nombres complexes $z_1 = 2-2\sqrt{3}i$, $z_2 = \overline{z_1}$, $z_3 = z_1 \times e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $z_4 = -z_1$.
   On note A le point d'affixe z_1 , B le point d'affixe z_2, C le point d'affixe z_3 et D le point d'affixe z_4.

   a) Déterminer la forme algébrique de z_2,z_3 et z_4.

   b) Déterminer le module et un argument de z_1 et z_3 .
   On admettra que z_2 a pour module 4 et pour argument $\frac{\pi}{3}$
   On admettra que z_4 a pour module 4 et pour argument $\frac{2\pi}{3}$.

   c) Placer les quatre points dans le repère (on laissera les traits de construction).

   d) Monter que les points A, B , C et D sont sur un même cercle (on précisera le centre et le rayon).

3. *a*) Montrer que O est le milieu de [AD].
   On admettra que O est aussi le milieu de [BC]

   b) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? (toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation).